

## **Вопросы к экзамену по дискретной математике**

### **Раздел 1. ОСНОВЫ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ**

Понятие *множества* Конечные и бесконечные множества, пустое множество. *Подмножество*, количество подмножеств конечного множества

Теоретико-множественные диаграммы. Операции над множествами (объединение, пересечение, дополнение, теоретико-множественная разность и их свойства. Формула количества элементов в объединении двух конечных множеств; соответствующая формула для трех множеств. Декартово произведение множеств. Декартова степень множества.

### **Раздел 2. АЛГОРИТМИЧЕСКОЕ ПЕРЕЧИСЛЕНИЕ (ГЕНЕРИРОВАНИЕ) НЕКОТОРЫХ ВИДОВ КОМБИНАТОРНЫХ ОБЪЕКТОВ**

Понятие *алгоритмическое перечисление (генерирование)* элементов конечного множества. Генерирование двоичных слов заданной длины в стандартном порядке следования (повторение) Генерирование двоичных слов заданной длины в порядке следования «коды Грея». Генерирование элементов декартова произведения множеств. Генерирование перестановок заданной длины. Генерирование  $K$ -элементных подмножеств данного множества. Генерирование всех подмножеств данного множества.

### **Раздел 3. ФОРМУЛЫ ЛОГИКИ**

#### **Тема 3.1. Основные логические операции. Формулы логики. Таблица истинности. Дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ)**

##### **Дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ).**

Понятие высказывание. Основные логические операции (дизъюнкция, произведение (конъюнкция), импликация, эквиваленция, отрицание). Формулы логики. Таблица истинности и методика ее построения. Тавтологично-истинные формулы.

Понятие элементарное произведение; понятие дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ). Методика построения таблицы истинности для ДНФ упрощенным методом.

#### **Тема 3.2, Законы логики. Упрощение формул логики с помощью равносильных преобразований**

Равносильные формулы; свойства. Законы логики. Методика упрощения формул логики с помощью равносильных преобразований. Методика

проверки двух формул на равносильность с помощью их предварительного упрощения.

### **Тема 3.3. Проверка теоретико-множественных соотношений с помощью формул логики**

Соответствие между теоретико-множественных и логическими операциями. Перевод теоретико-множественного выражения в соответствующую формулу логики. Методика проверки теоретико-множественных соотношений с помощью формул логики.

## **Раздел 4 БУЛЕВЫ ФУНКЦИИ**

### **Тема 4.1. Булевы векторы. Булева функция. Совершенная ДНФ**

Понятие *булев вектор*. Соседние векторы. Противоположные векторы. Единичный  $N$ -мерный куб.

Понятие *булева функция*. Носитель булевой функции. Способы задания булевой функции Проблема представления булевой функции в виде формулы логики.

Совершенная ДНФ Представление булевой функции в виде совершенной ДНФ.

### **Тема 4.2. Представление булевой функции в виде минимальной ДНФ**

Характеристика ДНФ; понятие *минимальная ДНФ*. Соответствие между гранями единичного  $N$ -мерного куба и элементарными произведениями. Представление булевой функции ( $N \leq 3$ ) в виде минимальной ДНФ графическим методом. Алгоритм Квайна. (для случая  $N > 3$ ) Упрощение формул логики до минимальной ДНФ (с учетом нового материала).

### **Тема 4.3. Полнота множества функции. Важнейшие замкнутые классы. Теорема Поста**

Понятие *выражение одних булевых функций через другие*. Проблема возможности выражения одних булевых функций через другие. Полнота множества функций Замыкание множества функций. Понятие *замкнутый класс функций*. Важнейшие замкнутые классы:  $T_0$  (класс функций, сохраняющих константу 0),  $T_1$  (класс функций, сохраняющих константу 1),  $S$  (класс самодвойственных функций),  $L$  (класс линейных функций),  $M$  (класс монотонных функций) Теорема Поста, Шефферовские функции. Функция Шеффера и функция Пирса как простейшие шефферовские функции.

## **Раздел 5. ПРЕДИКАТЫ. БИНАРНЫЕ ОТНОШЕНИЯ**

### **Тема 5.1. Предикаты**

Понятие *предикат*. Область определения и область истинности предиката. Обычные логические операции над предикатами. Кванторные операции над предикатами. Понятие *предикатная формула*; свободные и связанные переменные. Построение отрицаний к предикатам, содержащим кванторные операции. Формализация предложений с помощью логики предикатов. Следование одного предиката из другого; равносильность предикатов.

### **Тема 5.2. Бинарные отношения**

Понятие *бинарное отношение*; примеры бинарных отношений. Диаграммы бинарного отношения. Рефлексивные бинарные отношения. Симметричные бинарные отношения. Транзитивные бинарные отношения. Отношения эквивалентности, теорема о разбиении множества на классы эквивалентности.

## **Раздел 6. НЕКОТОРЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ И ПРАКТИКИ КОДИРОВАНИЯ**

Понятие *кодирование*. Задачи теории кодирования и области ее применения. Краткий исторический обзор развития теории и практики кодирования. Алфавитное кодирование. Алгоритмы Фано и Хаффмена оптимального кодирования. Декодирование по заданному коду. Понятие о *шифросистемах с «открытым ключом»*, их возможностях и приложениях

## **Раздел 7. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ГРАФОВ**

### **7.1. Понятие неориентированный граф. Основные определения. Теорема о сумме степеней вершин графа**

Понятие *неориентированный граф*. Способы задания графа. Матрица смежности. Подграф. Полный граф. Путь в графе. Цикл в графе. Связный граф; компоненты связности графа. Степень вершины Теорема о сумме степеней вершин графа. Формула количества ребер в полном графе.

### **7.2. Алгоритм фронта волны. Метрические характеристики графа. Двудольные графы**

Алгоритм фронта волны в графе. Методика выделения компонент связности в графе. Мосты и разделительные вершины. Расстояние между вершинами в графе, определение, свойства, методика нахождения. Эксцентриситет вершины. Радиус и диаметр графа. Центральные вершины. Двудольные графы Методика распознавания двудольных графов Полный двудольный граф.

### 7.3. Изоморфные графы

Определение *изоморфности* двух графов. Методика распознавания изоморфности (неизоморфности) двух графов.

### 7.4. Эйлеровы и гамильтоновы графы

*Эйлеров* граф. Теорема Эйлера (критерии эйлеровости графа). Алгоритм нахождения *эйлерова цикла* в *эйлеровом графе*. Гамильтонов граф. Некоторые теоремы о распознавании *гамильтоновости* графа.

### 7.5. Плоские графы

Понятие *плоский граф*. Грани плоской укладки плоского графа. Соотношения между количествами вершин, ребер и граней в плоском графе. Теорема о неплоских графах. Примеры неплоских графов.

### 7.6. Циклический ранг графа. Деревья. Код Пруфера

Циклический ранг графа: определение и вычислительная формула. Критерий отсутствия циклов в графе.

*Деревья* и их свойства. *Деревья* с пронумерованными вершинами. Формула количества *деревьев* с заданными N-вершинами. Кодирование *деревьев* с пронумерованными вершинами (код Пруфера)

### 7.7 Понятие *ориентированный граф (орграф)*. Основные определения

Понятие *ориентированный граф (орграф)* Способы задания орграфа. Матрица смежности для орграфа. Степень входа и степень выхода вершины. Источник. Сток. Теорема о сумме степеней входа (выхода) вершин орграфа. Ориентированный путь. Ориентированный цикл (контур). Односторонне-полный орграф.

### 7.8. Достижимость вершин в орграфе. Диаграмма Герца

Понятие *достижимость одной вершины из другой вершины* в орграфе. Множество достижимости вершины. Матрица достижимости. Эквивалентность (взаимодостижимость) вершин в орграфе; свойства. Классы эквивалентности вершин. Диаграмма Герца. Сильносвязный орграф.

### **7.9. Бесконтурный оргграф. Уровневое представление бесконтурного оргграфа.**

Понятие *бесконтурный оргграф*. Теорема о существовании источника и стока в бесконтурном оргграфе. Уровневое представление бесконтурного оргграфа.

Методика решения задачи о последовательности с заданной системой условий (о возможности записей элементов заданного множества в виде последовательности с учетом заданной системы условий типа «элемент *a* ДОЛЖЕН находиться в последовательности раньше элемента *v*»).

### **7.10. Эйлеровы и гамильтоновы оргграфы**

Эйлеров оргграф. Критерий эйлеровости оргграфа. Методика нахождения эйлерова цикла в эйлеровом оргграфе.

Гамильтонов оргграф. Теорема о существовании гамильтонова пути в односторонне-полном оргграфе.

### **7.11. Ориентированные деревья. Бинарные деревья и их использование для организации хранения и поиска информации**

Понятие ориентированное дерево. Условное представление ориентированного дерева, высота ориентированного дерева. Использование ориентированных деревьев для представления системы вариантов (дерево вариантов). Понятие бинарное дерево. Дисбаланс вершины в бинарном дереве. Кодирование бинарных деревьев. Понятие бинарное дерево сортировки. методика его представления для заданной последовательности поступающих элементов, использование его для организации хранения и поиска информации.

#### ***Литература.***

1. Березина Л.Ю. Графы и их применение. – М.: Просвещение, 1979.
2. Берж К. Теория графов и ее применения. – М.: ИЛ, 1962.
3. Булос ДЖ., Джеффри Р. Вычислимость и логика. М.; Мир, 1994.
4. Виленкин Н. Я. Комбинаторика. М.; Наука, 1969.
5. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Задачи и упражнения по курсу дискретной математики. – М.: Наука, 1992.
6. Гиндикин С.Г. Алгебра логики в задачах. – М.: Наука, 1972.
7. Горбатов В.А. Основы дискретной математики. – М.: Высшая школа, 1987.
8. Грэхем Р., Кнут Д, Поташник О. Конкретная математика. Основание информатики. М. – Мир, 1998.
9. Евстигнеев В.А. Применение теории графов в программировании. – М.: Наука, 1985.
10. Зыков А.А. Основы теории графов. – М.: Наука, 1987.

11. Кемени Дж., Смелл Дж., Томпсон Дж. Введение в конечную математику. – М.: ИЛ, 1963.
12. Кузнецов О.П., Адельсон-Вельский Г.М. Дискретная математика для инженера. М.: Энергия, 1980.
13. Линский В. Комбинаторика для программистов. – М.: Мир, 1988.
14. Ломазова И. А. Дискретная математика. Математические основы обработки информации. Учеб. пособие.- ЯГУ. Ярославль, 2000.
15. Мальцев А. И. Алгоритмы и рекурсивные функции. М. – Наука, 1965.
16. Мелехов А.Н. Ориентированные графы и конечные автоматы. – М.: Наука, 1971.
17. Нефедов В.Н., Осипова В.А. Курс дискретной математики. – М.: Изд-во МАИ, 1992.
18. Никольская И.Л. Математическая логика. – М.: Высшая школа, 1981.
19. Новиков Ф. А. Дискретная математика. – С-Пб.: Питер, 2001.
20. Ттрахтенброт Евстигнеев В.А. Применение теории графов в программировании. – М.: Наука, 1985.
21. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. – М.: Наука, 1986.